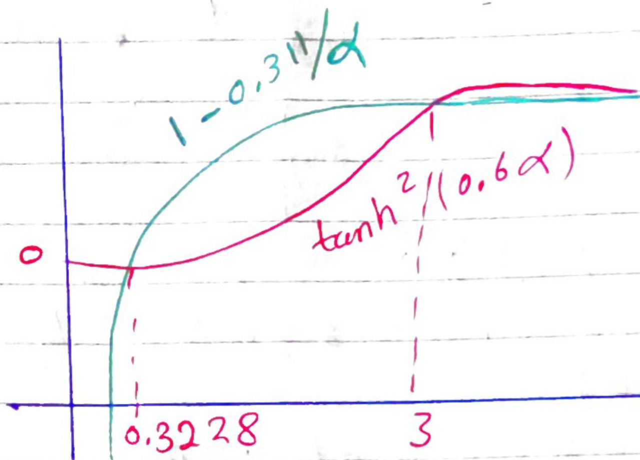
2/11/2016 الأربعاء د. محمود فهمي محاضرة [6]

من المحاضرة السابقة، المسألة الأخيرة



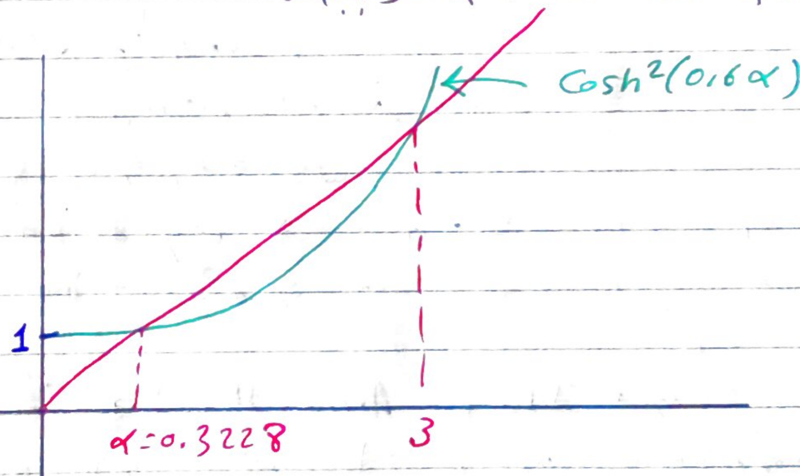
* فيه نقطتين تقاطع مش نقطة واحدة

we can think of it differently :-

$$\frac{ds}{dy} = \alpha \sec h^2(\alpha y) = \frac{\alpha}{\cosh^2(0.6\alpha)} = 0.311$$

$$\cosh^2(0.6\alpha) = \frac{\alpha}{0.311}$$ ← خط مستقيم

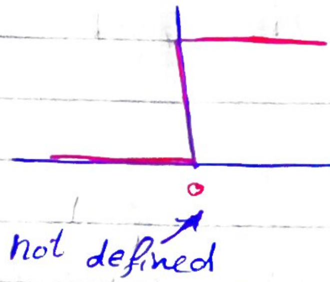
هرسم الجزء الموجب فقط عشان α موجبة.

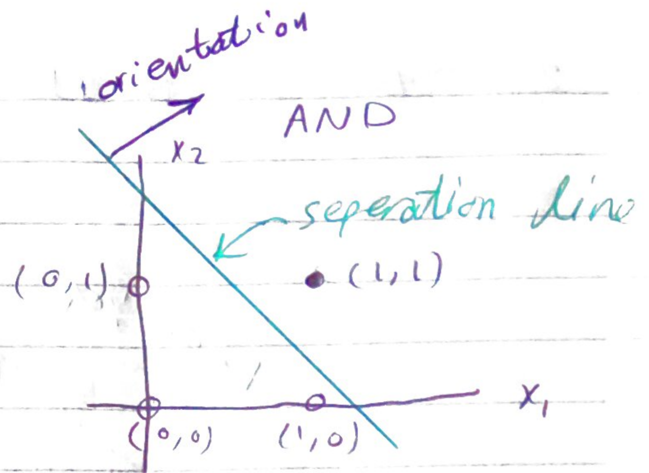


* $\frac{\alpha}{0.311}$ عبارة عن خط مستقيم، ممكن يبقى عندي حليم طالما يتقاطع مع $\cosh^2$.

* ولو عندي نقطة حل وحيدة فمعناها إنه $\frac{\alpha}{0.311}$ بقت مماس.
* ولو قللت الميل، هوصل لنقطة مفيهاش تقاطع وبالتالي مفيش حل.
* ممكن فكرة المسألة إنه يطلب قيمة التفاضل اللي تخلي للمسألة حل وحيد.
* فيه قيمة للتفاضل لا يمكن إيجاد α عندها.

Classification :-





$y < 0 \longrightarrow S = 0 \; ; \; y > 0 \longrightarrow S = 1$

Linearly seperable: data can be seperated by a line (single line)

seperation line: the activation of neuron

line orientation: the direction where the points that are positive lies

* assume $2x_1 - 3x_2 + 7 = 0$ ↔ نفس الخط

$0.2x_1 - 0.3x_2 + 0.7 = 0$

* لو ضربت المعادلة في رقم الخط مش بيتغير

* فرق بين الدالة والمعادلة
- الدالة لو ضربتها في رقم يدي دالة أخرى
- ضرب المعادلة في أي رقم متغيرش الناتج

$2x_1 - 3x_2 + 7 = 0 \longrightarrow$ equation

$2x - 3x_2 + 7 \longrightarrow$ function

- من التطبيقات البسيطة الفعالة لل ANN هي عمليات التصنيف، فيكون لدينا مجموعة من الداتا ويراد تصنيفها لأكثر من فئة، هنا التصميم مناسب للشبكة نستطيع أن نجعل قيمة ال output معبرة عن فئة معينة للداتا
- فعلى سبيل المثال، إذا صممنا شبكة تحقق عملية AND المنطقية، فنجد أن لدينا فئتين من البيانات، تحتوي الفئة الأولى على ثلاث نقاط جميعها صفر (0,0) (0,1) (1,0) والفئة الثانية تعطي خرج يساوي (1)
- في هذه الحالة يمكن رسم seperation line بين الفئتين ونجد أن هذا الخط يقسم المستوى إلى جزئين
- الجزء الأول يحتوي على النقاط التي تعطي الطرف الأيسر من معادلة الخط المستقيم قيمة موجبة بجانبها النقطة (1,1)

- والجزء الآخر من الخط المستقيم تعطي جميع نقاطه قيماً سالبة للطرف الأيسر من المعادلة (بما فيها (0,0) ,(0,1) ,(1,0))
- هنا نستخدم من النوع Activation fn هو Binary threshold fn ، وتكون معادلة الـ Separation Line هي $y = 0$ وبالتالي لدينا الحالات الثلاث الآتية.

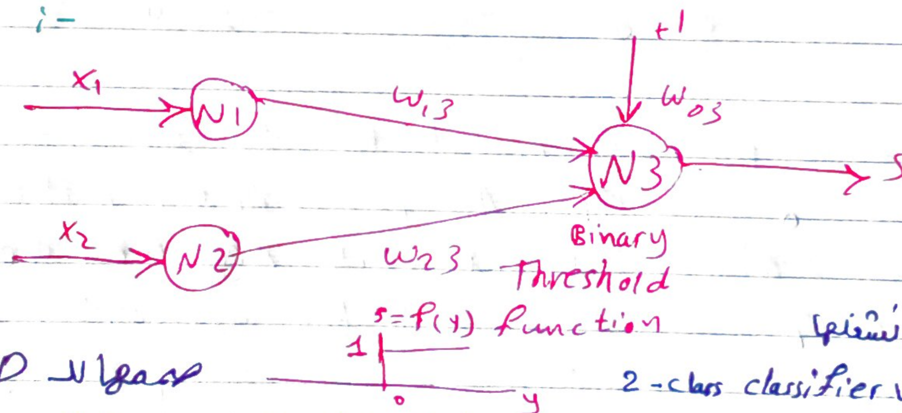
① $y > 0 \rightarrow S = 1$
② $y < 0 \rightarrow S = 0$
③ $y = 0 \rightarrow S$ not defined

ملحوظة: يرسم الـ Sep. Line بحيث يوضح الـ Orientation الخاص به عن طريق سهم يشير إلى القيم الموجبة للطرف الأيسر من المعادلة

ملحوظة: ضرب طرفي معادلة في أي رقم موجب أو سالب لا يغير من المعادلة أي أن الخط المستقيم المرافق لا يتغير (ولكن عند الضرب في مقدار سالب يتغير فقط الـ Orientation)

إذا أمكن فصل البيانات بواسطة خط مستقيم تسمى مسألة التصنيف linearly seperable

Prob. 1 :-



مفهوم الـ AND

عايزين نشغلها على إنها 2-class classifier

- consider neuron N3 (AND)

Activation $y_3 = w_{13}x_1 + w_{23}x_2 + w_{03}$

x_1	x_2	S
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

* for $x_1 = 0$, $x_2 = 0$
  $y_3 = w_{03} < 0$
* for $x_1 = 0$, $x_2 = 1$
  $y_3 = w_{23} + w_{03} < 0$

* for $x_1 = 1, x_2 = 0$

$y = w_{13} + w_{03} < 0$

* for $x_1 = 1, x_2 = 1$

$y = w_{13} + w_{23} + w_{03} > 0$

يوجد عدد لا نهائي من الحلول

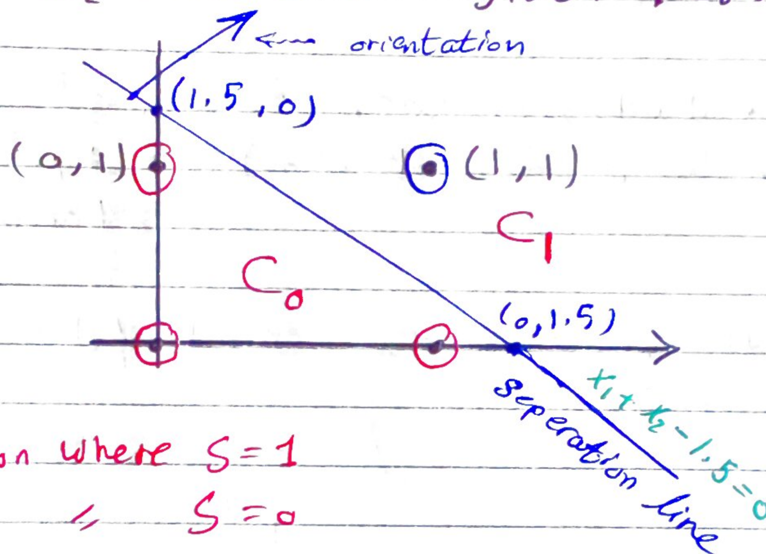
- Choose $w_{03} = -1.5$; $w_{13} = 1$; w_{23}

$y_3 = x_1 + x_2 - 1.5$

معادلة ال Sep. line eq.

equation of seperation line

$x_1 + x_2 - 1.5 = 0$ given Activation = 0



C_1 : Region where $S = 1$

C_0 : " " $S = 0$

* The $x_1 - x_2$ plane is devided by the seperation line into 2 regions C_0 and C_1. All points in C_0 make $S=0$ and the activation $x_1 + x_2 - 1.5$ negative, where as All points in C_1 make $S=1$ and the activation positive

مهم

input patterns	Activation $x_1 + x_2 - 1.5$	Signal (S)	class (C_1, C_0)
C_0 (0, 1)	$-0.5 < 0$	0	C_0
C_0 (1, 0)	$-0.5 < 0$	0	C_0
C_1 (1, 1)	$+0.5 > 0$	1	C_1
C_0 (0.5, 0.5)	$-0.5 < 0$	0	C_0
C_1 (0.5, 1.5)	$+0.5 > 0$	1	C_1
C_0 (0, -0.5)	$-2 < 0$	0	C_0

Prob 2:-
repeat prob 1 for logic OR

Prob 3:-
repeat prob 1 for logic NAND
Compare the solution with solution of prob 1

Prob 4:-
repeat prob 1 for logic NOR
Compare solution with the one in prob 2

Prob 5:
repeat prob 1 for $X_1' X_2$

Prob 6:
repeat prob 1 for $X_1 X_2'$

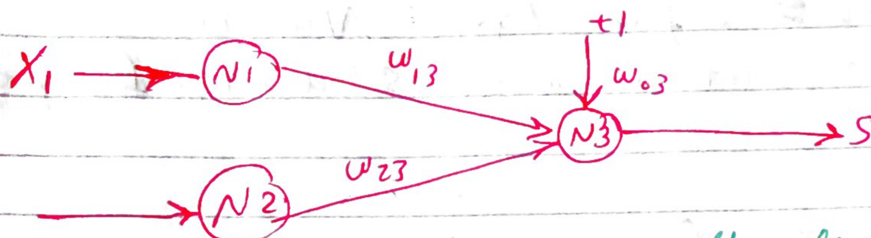
prob 7:-
repeat prob 1 for $X_1 + X_2'$
compare the solution with prob 5 solution

prob 8:-
repeat prob 1 for $X_1' + X_2$
compare solution with probe 6 solution

Prob 9:-
Consider the ANN shown, with an input data pattern (X_1, X_2) and a binary threshold signal S.
the network is required to behave as a two class data classifier; with a seperation line of the form
$$0.5 X_1 - X_2 + 1 = 0$$
the point (0.0) lies in the region specified by a signal $S = 1$

a) Find appropriate values of the weights w_{13}, w_{23}, and w_{03}

b) How will the network classify input patterns (1,1), (-1,1), and (1,2)



* هنا مديني الـ Seperation line

- جنا أن (0,0) تقع في المنطقة الموصوفة بأن S=1, إذا عند التعويض بالنقطة (0,0) في الطرف الأيسر من الخط الفاصل يجب أن نحصل على قيمة موجبة

for $x_1 = 0$, $x_2 = 0$

$0.5x_1 - x_2 + 1 = 1 > 0$

هذا يحقق الـ orientation الخاص بالـ Sep. Line في حالة كانت النتيجة سالبة نضرب في عدد سالب لتغيير الـ orientation

*Activation of neuron N3

$y_3 = 0.5X_1 - X_2 + 1$

$= w_{13}X_1 + w_{23} + w_{03}$

$\Rightarrow w_{13} = 0.5,\ w_{23} = -1,\ w_{03} = 1$

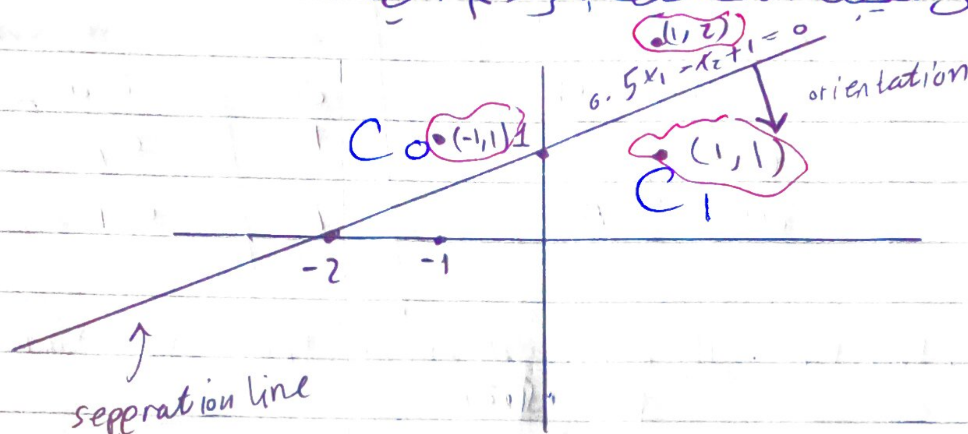
Separation line $0.5x_1 - x_1 + 1 = 0$ (Activation = 0)

في بالنا دي مش هنغير في معادلة الخط ومفيش تعارض مع المعطيات.

The $x_1 - x_2$ plane is divided by this line into two regions C_0 and C_1. All points in C_0 make $S = 0$ and the activation $(0.5x_1 - x_2 + 1)$ negative, whereas all points in C_1 make $S = 1$ and the activation positive.

input pattern x_1, x_2	Activation $0.5x_1 - x_2 + 1$	signal S	Classifaction C_0, C_1
$(1, 1)$	$+0.5 > 0$	1	C_1
$(-1, 1)$	$-0.5 < 0$	0	C_0
$(1, 2)$	$-0.5 < 0$	0	C_0

نستطيع أن نحصل على نتيجة التصنيف بالرسم أيضا



Prob 10 :-

repeat prob 9 when $(0,0)$ lies in the region where $S=0$

— for $x_1 = 0$, $x_2 = 0$

The function $0.5x_1 - x_2 + 1 = 1 > 0$

* هذا يتعارض مع الشرط المعطى في المسألة بخصوص الـ orientation للخط الفاصل

* Activation of neuron N3

$$y_3 = -0.5x_1 + x_2 - 1$$

$$= w_{13}x_1 + w_{23}x_2 + w_{03}$$

$$\Rightarrow w_{13} = -0.5,\ w_{23} = 1,\ w_{03} = -1$$

لاحظ أن الـ weights هي نفس الـ weights في prob 9 ولكن بإشارة سالبة

seperation line $-0.5x_1 + x_2 - 1 = 0$ (Activation = 0)

* هي نفس المعادلة المعطاة هي نفس المعادلة السابقة عند تغيير الـ orientation

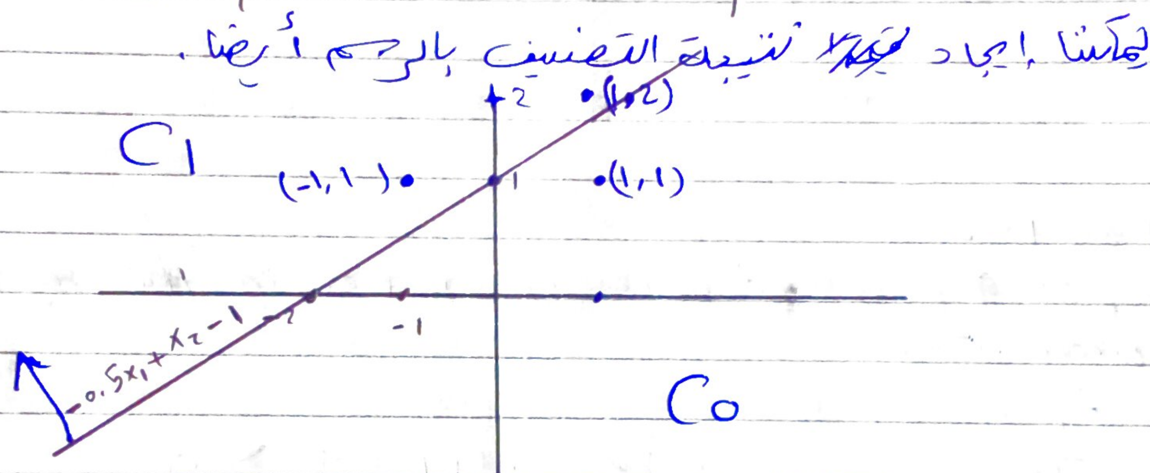
* الخط الفاصل كما هو ولكن تم عكس الـ orientation

ORIENTATION I REVERSED

The $(X_1 - X_2)$ plane is divided into two two regions C_o and C_1; All points in C_o make $S = 0$ and activation $(-0.5x_1 + x_2 - 1)$ negative. where as all points in C_1 make $S = 1$ and the activation positive

input pattern x_1, x_2	Activation $-0.5x_1 + x_2 - 1$	signal S	class c_o, c_1
(1, 1)	$-0.5 < 0$	0	C_o
(-1, 1)	$0.5 > 0$	1	C_1
(1, 2)	$0.5 > 0$	1	C_1

يمكننا إيجاد نتيجة التصنيف بالرسم أيضاً.

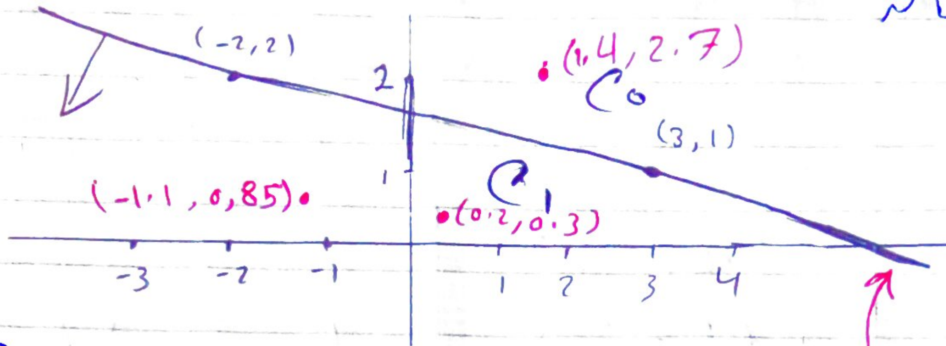


Prob (11) نفس شبكة المسألة السابقة

The network is required to behave as a two-class data classifier with the seperation line shown. The numerical value of the bias weight W_{o3} should not exceed unity. How will the input data patterns (0.2, 0.3), (1.4, 2.7), and (-1.1, 0.85) be classified

$\Longrightarrow$ Solution

الرسمة معطاة في المسألة



* Solution

Seperation line

$$\frac{x_2 - 1}{x_1 - 3} = \frac{2 - 1}{-2 - 3} \longrightarrow x_1 + 5x_2 - 8 = 0$$

المعادلة لا تحقق ال orientation وتخالف الشرط في المسألة

$|w_{03}| \leq 1$ ← شرط في المسألة

* نضرب الطرفين في 0.1

$$0.1\,x_1 + 0.5\,x_2 - 0.8$$

at $x_1 = 0,\ x_2 = 0 \longrightarrow -0.8 < 0$

* Activation.

$$y_3 = -(0.1\,x_1) + 0.5\,x_2 - 0.8$$
$$= -0.1\,x_1 - 0.5\,x_2 + 0.8$$
$$= w_{13}x_1 + w_{23}x_2 + w_{03}$$
$$\Rightarrow w_{13} = -0.1\ ;\ w_{23} = -0.5\ ;\ w_{03} = 0.8$$

Seperation line,

$$-0.1\,x_1 - 0.5\,x_2 + 0.8 = 0$$ ⇐ المعادلة تحقق المطلوب

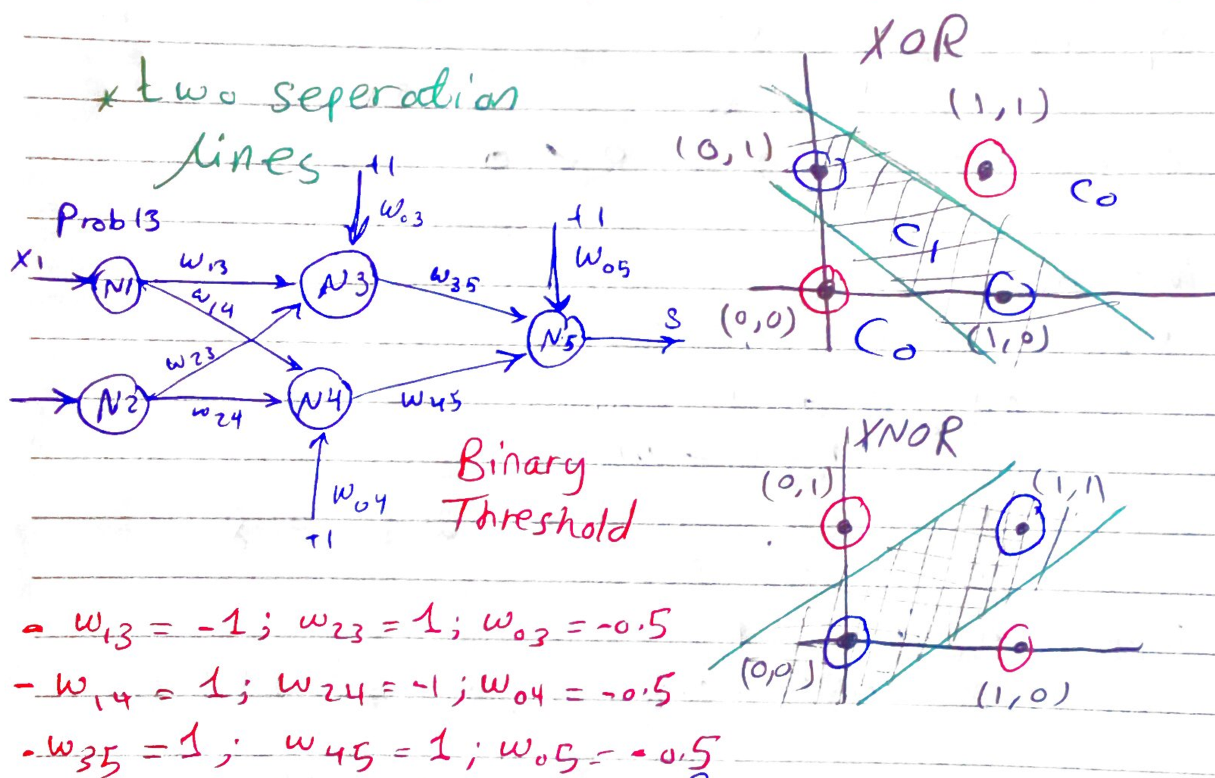
The $x_1 - x_2$ plane is divided by this line into two regions C_0 and C_1. All points in C_0 make $S = 0$; and the activation $(-0.1\,x_1 - 0.5\,x_2 + 0.8)$ negative. Whereas all points in C_1 make $S = 1$ and activation positive

input pattern X_1, X_2	Activation	signal S	classification C_0, C_1
(0.2, 0.3)	$0.63 > 0$	1	C_1
(1.4, 2.7)	$-0.69 < 0$	0	C_0
(-1.1, 0.85)	$0.485 > 0$	1	C_1

لاحظ الحل بناءً على شرحنا السابق

Prob 12:

repeat prob 11 when the orientation is reversed.



- $w_{13} = -1$; $w_{23} = 1$; $w_{03} = -0.5$
- $w_{14} = 1$; $w_{24} = -1$; $w_{04} = -0.5$
- $w_{35} = 1$; $w_{45} = 1$; $w_{05} = -0.5$

① Prove this network satisfy two-class classifier by implementing XOR.

② find seperation lines equations

③ What is the output for (1, -1); (-1, 1); (0.5, 0.7)

⟹ Solution

Neuron N3: $y_3 = w_{13} x_1 + w_{23} x_2 + w_{03}$
$= -x_1 + x_2 - 0.5$

Neuron N4: $y_4 = w_{14} x_1 + w_{24} x_2 + w_{04}$
$= x_1 - x_2 - 0.5$

Neuron N5: $y_5 = w_{35} f(y_3) + w_{45} f(y_4) + w_{05}$
$= f(y_3) + f(y_4) - 0.5$

x_1	x_2	y_3	$f(y_3)$	y_4	$f(y_4)$	y_5	$f(y_5) = S$
0	0	$-0.5<0$	0	$-0.5<0$	0	$-0.5<0$	0
0	1	$0.5>0$	1	$-1.5<0$	0	$0.5>0$	1
1	0	$-1.5<0$	0	$0.5>0$	1	$0.5>0$	1
1	1	$-0.5<0$	0	$-0.5<0$	0	$-0.5<0$	0

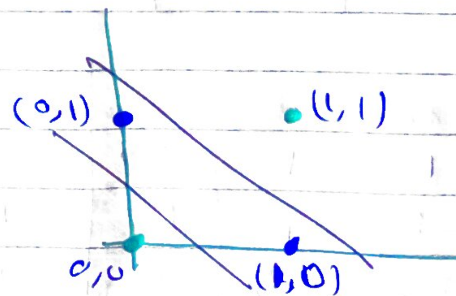
يتضح من هذا الجدول أن $S = x_1 \oplus x_2$
أي أن الشبكة تحقق Logic XOR

N3 satisfy $x_1' x_2$; N4 satisfy $x_1 x_2'$
N5 satisfy OR function

* يتضح أيضاً من الجدول ما يلي :
① يقوم N_3 بالعملية $x_1' x_2$
② " N_4 " $x_1 x_2'$
③ " N_5 " (OR) لخرج N3, N4 وهما $f(y_3), f(y_4)$
وبالتالي

So, we have $S = x_1' x_2 + x_1 x_2'$
تذكر أن $x_1 \oplus x_2$ يعرف على أنه
$x_1' x_2 + x_1 x_2'$

لذلك فإن الـ ANN تعمل كـ two-class classifier



the $x_1 - x_2$ plane is divided into two regions by means of two seperation ~~lined~~ lines. All point in C_0; including (0,0), (1,1) make activations negative

and $S=0$. whereas All points in C_1 make $S=1$ and activations positive

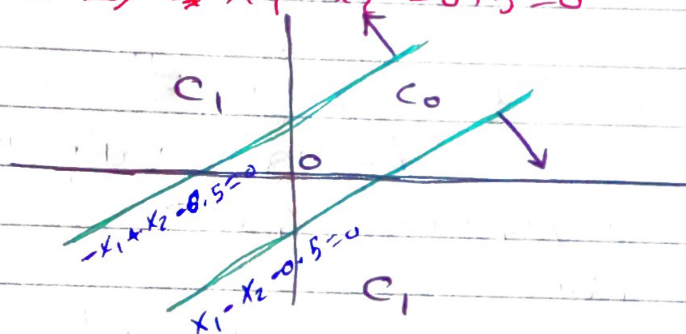
- نحصل على معادلة خط الفصل الأول بوضع y_3 تساوي صفر، ومعادلة خط الفصل الثاني $y_4=0$
- هذا يتضمن أن N_3 يعطينا معادلة الخط الأول و N_4 يعطينا معادلة خط الفصل الثاني
- بعبارة أخرى، كل خط فاصل استخدمنا له Neuron

The first seperation line is

$y_3=0 \Rightarrow -x_1+x_2-0.5=0$

The second seperation line is

$y_4=0 \Rightarrow x_1-x_2-0.5=0$



أي line orientation
orientation تحدد له

لاحظ أن خطي الفصل في هذا المثال متوازيين وأيضاً المنطقة C_1 تم تجزئتها إلى جزئين

input pattern (x_1, x_2)		S	C_0/C_1
0	0	0	C_0
0	1	1	C_1
1	0	1	C_1
1	1	0	C_0

x_1	x_2	y_3	$f(y_3)$	y_4	$f(y_4)$	y_5	S	C_0/C_1
1	-1	-2.5	0	1.5	1	0.5	1	C_1
-1	1	1.5	1	-2.5	0	0.5	1	C_1
0.5	0.7	-0.3	0	-0.7	0	-0.5	0	C_0

Prob 14 :-

repeat 13 prob 13 when weights be

* $w_{13} = -0.5$; $w_{23} = 0.8$; $w_{03} = -0.4$
* $w_{14} = 0.4$; $w_{24} = -0.2$; $w_{04} = -0.3$
* $w_{35} = 1$; $w_{45} = 1$; $w_{05} = -0.5$

في هذه المسألة ستجد خطي الفصل متقاطعين

prob 15 :-

determin the point of intersection for the seperation lines; explain how poin (2, 2) will be classified